

# CONSTRUÇÃO E APLICAÇÃO DE MATERIAL DIDÁTICO PARA O ESTUDO DE GEOMETRIA FRACTAL: TRIÂNGULO DE SIERPINSKI<sup>1</sup>

Adriana Teixeira<sup>2</sup>

Marcelo Lacortt<sup>3</sup>

## RESUMO

A disseminação das tecnologias nos ofereceram recursos que podem auxiliar os processos de ensino e de aprendizagem. A Base Nacional Comum Curricular incentiva o uso das tecnologias no âmbito escolar afim de oferecer meios diferentes de aprender e ensinar, sempre visando a autonomia do discente. Dessa forma, esse artigo teve o objetivo de construir e aplicar um material didático digital para o ensino de geometria fractal por meio de uma programação desenvolvida no software Geogebra para elucidar o triângulo de Sierpinski. O estudo foi desenvolvido em uma turma de 8º ano com 17 alunos de escola estadual em dois momentos: presencial e remoto. Presencialmente ocorreu a aplicação do software e remotamente, com auxílio do Google Forms, foi realizado um questionário exploratório que buscava descobrir de que forma ocorre a construção e utilização do material didático digital. Concluiu-se que os discentes construíram o Triângulo de Sierpinski de forma satisfatória e que a maioria deles conseguiu relembrar e aprender conceitos de geometria euclidiana.

**Palavras-chave:** Produção de materiais didáticos. Geogebra. Triângulo de Sierpinski.

## ABSTRACT

The dissemination of technologies offered us tools that help the teaching-learning process. The National Common Curricular Base encourages the use of technologies in the school environment in order to offer different means of learning and teaching, always aiming at the autonomy of the student. Thus, this work had the main objective to build and apply a digital didactic material for teaching fractal geometry, through a program developed in the Geogebra software to elucidate the Sierpinski triangle. The study was developed in an 8th grade class with 17 students, from the State School of Fundamental Education Prof.<sup>a</sup> Delfina Loureiro, in the municipality of Lagoa

---

<sup>1</sup> Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) apresentado ao Curso de Especialização em Linguagens e Tecnologias na Educação do Instituto Federal Sul-rio-grandense, Câmpus Passo Fundo, como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Linguagens e Tecnologias na Educação, na cidade de Passo Fundo, em 2021.

<sup>2</sup> Adriana Teixeira (Licenciada em Matemática, UPF, 2013; Bacharel em Administração, UFSC, 2019. [adri.txr@hotmail.com](mailto:adri.txr@hotmail.com)).

<sup>3</sup> Marcelo Lacortt (Mestre em Engenharia. Professor do Instituto Federal Sul-rio-grandense. [marcelolacortt@ifsul.edu.br](mailto:marcelolacortt@ifsul.edu.br))

Vermelha, RS, in two moments: in person and remote. In person, the software was applied and remotely, with the help of Google Forms, an exploratory questionnaire was carried out, which sought to find out how the construction and use of digital teaching material occurs. It was concluded that the students built the Sierpinski Triangle in a satisfactory way and that most of them managed to remember and learn certain concepts of Euclidean geometry.

**Keywords:** Production of teaching materials. Geogebra. Sierpinski triangle.

## INTRODUÇÃO

A popularização das tecnologias traz para a sociedade uma vasta diversificação de recursos que podem auxiliar o processo de ensino e de aprendizagem. Dessa forma, sua utilização impulsiona a comunidade escolar a ir em busca de conhecimentos mediante recursos tecnológicos, os quais permitam a consumação de uma aprendizagem significativa. Diante desse contexto, Mercado (2002) discorre em seus estudos sobre a necessidade do ensino educacional exigir uma abordagem diferente que não permita que a tecnologia seja ignorada no meio escolar.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) prevê o uso das tecnologias no ambiente de ensino, a fim de proporcionar autonomia ao aluno, o qual passa a ter papel ativo na aprendizagem.

Segundo o documento, os educadores devem ofertar aos seus estudantes meios diferentes de construir o conhecimento, com propósito de desenvolver a capacidade de transpor o aprendizado escolar para o dia a dia. Tais meios são, por exemplo: recursos digitais, animações, áudios, vídeos, softwares, jogos eletrônicos e etc.

Por esses motivos o trabalho busca construir e aplicar um material didático digital para o ensino de geometria fractal por meio de uma programação desenvolvida no software Geogebra para elucidar o triângulo de Sierpinski. Por consequência, busca-se descobrir de que forma ocorre a construção e utilização do material didático digital para o ensino de geometria fractal contemplando o Triângulo de Sierpinski.

Tendo em vista que o uso das tecnologias é indispensável no ambiente escolar, e que o público está experimentando diariamente seus avanços, é de fato

necessário ressignificar a forma de ensinar, aproximando o cotidiano a esses estudantes, com o intuito de torná-los agentes ativos na aprendizagem. Assim Farias (2009) diz que “Agora é reconhecido como sujeito capaz de construir conhecimento, ocupa o centro do processo de formação”.

Diante desse contexto, o presente trabalho justifica-se pela necessidade dos educadores em adentrar a tecnologia aos conteúdos desenvolvidos em sala, em que o aluno interage com o material de ensino deixando as aulas mais atrativas, tornando-o sujeito ativo no processo de aprender.

O objetivo principal deste trabalho foi construir e utilizar um material didático digital para o ensino de geometria fractal. Para tal objetivo o software Geogebra proporcionará através da programação a interação do estudante com o conteúdo, proporcionando uma aprendizagem mais sólida podendo assim, tornar o aluno protagonista do seu aprendizado.

A pesquisa foi desenvolvida na Escola Estadual de Ensino Fundamental Prof.<sup>a</sup> Delfina Loureiro, no município de Lagoa Vermelha, RS, aplicada em uma turma do 8º ano, que contém 17 alunos. A construção se deu de forma presencial, antes da suspensão das aulas, já o questionário exploratório foi aplicado via Google Forms em momento de aulas remoto.

## **1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **1.1 TECNOLOGIAS ALIADAS AO ENSINO DE MATEMÁTICA**

O uso de recursos didático pedagógicos como potencializadores dos processos de ensino e de aprendizagem vêm inserindo cada vez mais as tecnologias na sala de aula. As experiências realizadas com tais recursos tendem a ser prazerosas para o aluno, visto que este está vivendo um tempo de grandes avanços e, torná-la aliada ao ensino pode ser uma estratégia perfeita.

A Base Nacional Comum Curricular nos lista dez competências gerais norteadoras do sistema de ensino que devem ser desenvolvidas ao longo da vida escolar básica do educando, destas algumas se referem ao tema de tecnologias, tais são seguintes:

1 Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

[...] 4 Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

[...] 5 Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p.11).

O público presente hoje na escola requer atenção especial devida a grande quantidade de informações em rede, e cabe ao professor mediar ou até mesmo conflitar tais informações, a fim de desenvolver o senso crítico do estudante.

São muitos os desafios encontrados pelos docentes quando estes implementam tecnologias de informação e comunicação no ambiente escolar. Um deles é conseguir ter o controle dos conteúdos e atividades que o aluno está desenvolvendo no momento que está ocorrendo a metodologia planejada. A internet é deveras uma imensa rede simplificadora da busca pelo conhecimento, em contrapartida, ao mesmo tempo que ela facilita obter conceitos, a rede restringe a capacidade de raciocinar sobre o que está sendo estudado.

A facilidade de obter conhecimento na aula tradicional acaba não sendo mais atrativa aos alunos, nesse sentido Mercado (2002) expõe sobre o novo paradigma que se constrói em torno do professor frente às novas tecnologias.

A realidade é que o uso de tecnologias deve ser direcionado a sociedade educacional, mas com fundamentação e objetivos pré-definidos, estabelecidos por propostas estratégicas orientadas. No mesmo contexto, Correia (2006) afirma “A democratização do uso de Internet em ambiente escolar educativo é imprescindível para adequar as práticas pedagógicas ao tempo e a tendência histórica que vivenciamos”.

Corroborando com a ideia de ambos autores, é inevitável que a equipe discente deve estar preparada para enfrentar alguns obstáculos quando introduzir as tecnologias na sala de aula, por esse motivo, os professores precisam estar munidos de informações para que em suas aulas sejam inseridos tais facilitadores de

aprendizagem. Vale lembrar que os objetivos propostos para as atividades planejadas devem ser bem definidos, assim pode-se evitar a possível dispersão dos alunos.

O professor deve conhecer o recurso que deseja usar de maneira crítica e consciente, sua aplicabilidade, formato e linguagem, ou seja, o mesmo deve ter claro o uso da ferramenta tecnológica que irá usar. Assim, a aula se torna mais dinâmica, interativa e atrativa, onde o aluno se sente motivado para a aprendizagem.

Além dos desafios enfrentados na implementação das tecnologias no ambiente escolar, percebe-se que os benefícios da utilização desses recursos sobressai.

Mercado (2002) explicita que a incorporação das novas tecnologias no âmbito escolar é um elemento que contribui para uma maior vinculação entre os contextos de ensino e as culturas fora no meio escolar.

A partir da possibilidade de interligação de saberes, percebe-se que nesse contexto educacional, em que as tecnologias são ferramentas didáticas, a transdisciplinaridade e a interdisciplinaridade são tendências educacional que passam a ser beneficiadas. Assim o educador será o mediador da aprendizagem dos alunos.

“O trabalho docente é atividade que dá unidade ao binômio ensino-aprendizagem, pelo processo de transmissão-assimilação ativa de conhecimentos, realizando a tarefa de mediação na relação cognitiva entre o aluno e as matérias de estudo.” (LIBÂNEO, 1994, p.88)

A aprendizagem só se tornará significativa para o educando, se o contexto do ensino se aproximar do cotidiano. O professor irá buscar a contextualização do saber, frente ao dia a dia da sociedade. A busca pela aprendizagem prazerosa estabelece relações interdisciplinares, os as áreas do saber conversam em torno de um tema em comum, o qual é abordado de diferentes ângulos.

O ensino da matemática deve ser aprimorado de acordo com as novas tendências da educação, para isso não pode estar desvinculado das demais disciplinas e tampouco estar inerente quanto às questões que movimentam o meio escolar. Um dos objetivos fundamentais do ensino da matemática, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, é possibilitar que o aluno estabeleça conexões

nos temas matemáticos entre si, interligando conceitos, e entre outras áreas curriculares.

Nessa perspectiva, a globalização tornou possível inúmeras comodidades capazes de atender a situações específicas e particularizar diversos assuntos, por esse motivo, torna-se consenso que o avanço tecnológico adentrou a vida dos educandos e é capaz de promover melhorias no processo de ensino aprendizagem. Dessa forma os discentes devem estar inseridos no ambiente tecnológico, a fim de usufruir de tais ferramentas na forma de recurso didático.

O ensino da matemática desempenha um papel decisivo na formação de um cidadão crítico e transformador do meio em que vive, e as tecnologias favorecem o sistema de ensino aprendido. Quando o professor utiliza recursos tecnológicos na sala de aula, o discente poderá dispor de um conhecimento que favoreça o desenvolvimento de seu raciocínio aumentando sua capacidade de interligar ideias, e assim articular conceitos, admitindo o papel principal na sua aprendizagem.

## 1.2 GEOMETRIA FRACTAL E O TRIÂNGULO DE SIERPINSKI

A geometria fractal é um ramo da matemática que se dedica a estudar as propriedades e comportamentos dos fractais, descrevendo situações que, só com a geometria clássica (geometria euclidiana), não poderiam ser explicadas. O termo fractal foi usado pela primeira vez no ano de 1975 por Benoit Mandelbrot. Ele usou para denominação da classe especial de curvas definidas recursivamente que produziam imagens reais e surreais. O termo vem do termo latino *fractus*, do verbo *frangere*, que significa quebrar. A partir disso, foi desenvolvida a geometria fractal, que visa o estudo dos subconjuntos complexos de espaços métricos. (PETRIN, 2015).

**Figura 1:Exemplo de fractal. Romanesco - Variedade de Brócolis**



Fonte: google

Os fractais são reconhecidos quando suas figuras geométricas são divididas em partes, infinitamente, semelhantes a original. Essas características são facilmente encontradas na natureza, existem muitos objetos naturais que são considerados fractais naturais devido ao seu comportamento ou estrutura, mas estes são tipo de fractais finitos, são exemplos as nuvens e as árvores. (PETRIN, 2015).

O Triângulo de Sierpinski é definido com um fractal determinístico ou autossimilar, isto é, as transformações geométricas simples são geradas do próprio triângulo que passam a ser reproduzidas em formas reduzidas.

**Figura 2: Construção do Triângulo de Sierpinski**



Fonte: google

A construção do Triângulo de Sierpinski é executada, na maioria das vezes, por meio de triângulo equilátero. Esse triângulo é dividido em quatro outros triângulos congruentes entre si e entre o triângulo original, cujos vértices são os pontos médios do triângulo de origem, então os subconjuntos do fractal são três cópias escalonadas de triângulos anteriores. Esta separação do fractal em cópias escalonadas pode ser continuada mutuamente nos outros triângulos produzidos.

Os fractais são formas complexas as quais não podem ser medidas apenas por proporções topológicas. A dimensão Hausdorff fractal surgiu para que possa existir uma maneira de medir os fractais, para assim obter o grau de complexidade de uma forma. Petrin (2015) “Pode-se afirmar que a dimensão fractal de um conjunto é um valor que diz o quão densamente um conjunto ocupa o espaço métrico em que ele existe”.

O uso de algumas ferramentas tecnológicas, como computador, smartphones, proporciona aos alunos uma visão mais abrangente do assunto em questão, visto que estas possibilitam criar animações, interagir, inferir dados e

quantificá-los. Em paralelo, o uso de tais tecnologias aproxima o estudante de seu meio, tal que deixa o assunto abordado passa a ser mais dinâmico e interativo.

A globalização trouxe diversos recursos tecnológicos, os quais vêm permitindo que as tecnologias sejam parceiras da educação tradicional. Os estudantes deste século exigem uma educação diferenciada, da mesma maneira que seu desenvolvimento perpassa paralelamente ao desenvolvimento das tecnologias. Esses jovens vivem em meio a uma imensidão de informações que estão a um toque de seus dedos, e os discentes devem usufruir desse recurso.

O papel do educador jamais será dispensado no plano educacional, Mercado (2002) afirma que “A escola é um espaço privilegiado de interação, mas este deve interligar-se e integrar-se aos demais espaços de conhecimento e incorporar os recursos tecnológicos e a comunicação via internet”. Dessa forma, deve-se admitir que o professor é o possuidor da tarefa de levar a inovação ao encontro do aluno.

Busca-se que, na medida em que o conhecimento seja disponibilizado ao aluno, ele possa construir seu próprio aprendizado abstraindo informações que serão conduzidas ludicamente.

## **2 METODOLOGIA**

Para efeitos deste estudo a metodologia foi de natureza aplicada com propósito específico de construção e utilização de um material didático digital para o ensino de geometria fractal. Para elaboração do material, foram utilizados os recursos disponíveis no software Geogebra. A programação foi desenvolvida com a finalidade de elucidar a construção do Triângulo de Sierpinski.

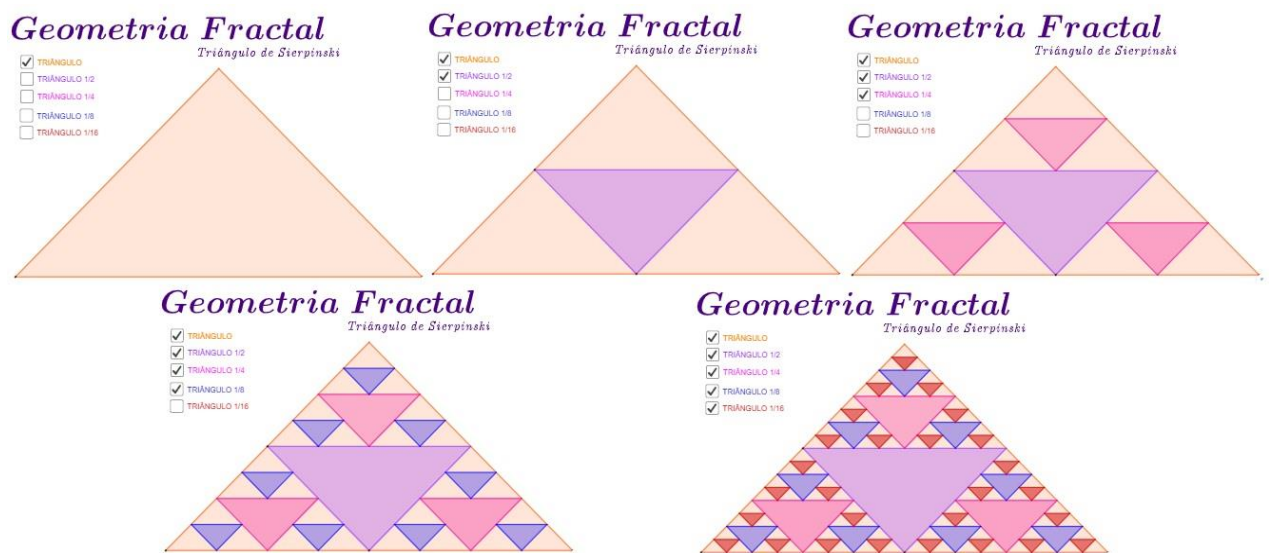
A abordagem foi qualitativa, verificando a eficiência do material didático desenvolvido por meio de uma pesquisa aplicada aos alunos que construíram o Triângulo de Sierpinski. Em se tratando dos objetivos, o trabalho se classifica como exploratório, tornando explícito a análise do referido estudo.

### 3 ANÁLISE DE DADOS

A pesquisa foi desenvolvida em duas etapas, sendo a primeira aplicada de forma presencial, nela, com o auxílio da autora, os alunos construíram a partir de uma programação no Geogebra o Triângulo de Sierpinski. Já a segunda etapa se deu de forma remota, em que, através de um questionário online (anexo A), os discentes analisaram seu aprendizado após a construção do Triângulo de Sierpinski. Ambas etapas foram analisadas e coletadas informações para a conclusão da pesquisa.

Abaixo, na Figura 3, encontram-se imagens de todas as interações produzidas pelo material didático criado pela autora.

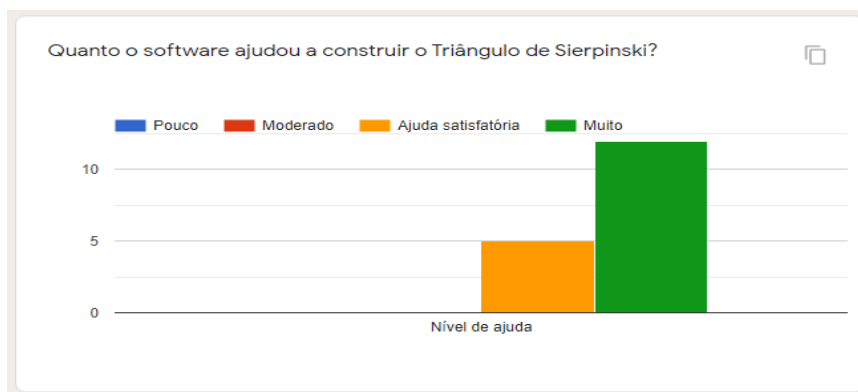
**Figura 3: Material didático interativo**



**Fonte: construído pela autora.**

Durante a execução da atividade planejada presencialmente, percebeu-se que os educandos alcançaram níveis de conhecimentos que antes não eram atingidos, conforme se pode visualizar na Figura 4.

**Figura 4: Respostas da pesquisa aplicada aos alunos**

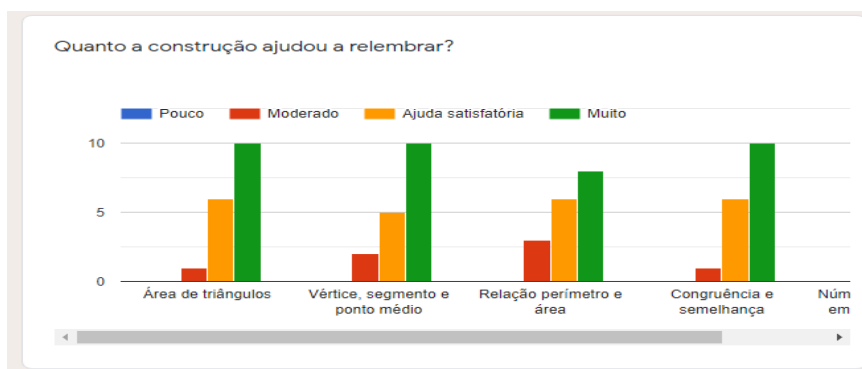


Fonte: Tabulação da pesquisa feita pelo Google Forms

Os alunos reconheceram as principais características do Triângulo de Sierpinski, que são a observação de que a figura é formada por três cópias de si mesma, cada uma reduzida por um fator de  $\frac{1}{2}$ . Também visualizaram que a área de cada Triângulo é condicionada a sua quantidade de reduções, pois quando se observa que a medida de cada lado sempre é  $\frac{1}{2}$  da medida anterior, sua área sempre será reduzida em 25%, por consequência, chega-se a uma área igual a zero.

Já em relação classificação dos triângulos, nomenclaturas das estruturas que compõem a construção dos triângulos (vértice, segmento e ponto médio), qual a relação das medidas de perímetro e área de cada interação executada, conceitos de congruência e semelhança de triângulos, a partir do questionário online, Figura 5, percebe-se que a grande maioria achou muito satisfatório o estudo de tais conceitos pelo Triângulo de Sierpinski, desenvolvido no Geogebra.

**Figura 5: Respostas da pesquisa aplicada aos alunos**



Fonte: Tabulação da pesquisa feita pelo Google Forms

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A construção do Triângulo de Sierpinski com subsídios fornecidos pelo Geogebra e orientação da autora, permitiu que os alunos pudessem interagir com a geometria fractal de forma ativa, demonstrando prazer e interesse pelo estudo.

Pode se concluir que os resultados foram positivos, com a maioria dos alunos observando as principais características do triângulo de Sierpinski, que são a observação de que a figura formada por três cópias de si mesma, cada uma reduzida por um fator de  $\frac{1}{2}$ . A área de cada Triângulo é condicionada a sua quantidade de reduções, pois quando se observa que a medida de cada lado sempre é  $\frac{1}{2}$  da medida anterior, sua área sempre será reduzida em 25%, por consequência, chega-se a uma área igual a zero.

Além disso, os alunos estudaram e identificaram a classificação dos triângulos, nomenclaturas das estruturas que compõem a construção dos triângulos (vértice, segmento e ponto médio), qual a relação das medidas de perímetro e área de cada interação executada, trabalharam conceitos de congruência e semelhança de triângulos.

Também foi apurado que a geometria fractal é uma parte da matemática que pode ser inserida em diversos contextos disciplinares e em diferentes níveis de ensino, como o aluno observando detalhes geométricos com mais clareza e precisão.

A construção do Triângulo de Sierpinski, permitiu colocar a realidade do aluno na sala de aula, e assim a abstração de conceitos aconteceu com excelência. Por fim, o material didático construído enriquecendo o estudo da geometria.

Por fim, verificou-se que quando os desafios encontrados podem ser superados e ainda exceder os objetivos anteriormente planejados, deve-se implementar recursos tecnológicos. É partindo dessa premissa que se chega à conclusão que as tecnologias devem ser aliadas da educação e precisam estar presentes não só na sociedade escolar, mas também na sala de aula, acompanhando as inovações tecnológicas disponíveis.

Ainda vale acrescentar que o estudo de geometria euclidiana e fractais pelo Triângulo de Sierpinski, com o auxílio do Geogebra, não se limita aos resultados do

trabalho, certamente existem muito o que ser explorado e avançado nesse estudo, logo, sugiro novas pesquisas neste tema.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC. 2018.

CHAS, Dijalmary Matos Prates. **Matemática e interdisciplinaridade: um estudo sobre materiais didáticos**. Estação científica (UNIFAP). Macapá - AP. Dezembro de 2016.

CORREIA, Marly Barreto. **O Uso das Mídias na Construção do Conhecimento**. Artigo. 2006.

FARIAS, Isabel Maria Sabino de. **Didática e docência: aprendendo a profissão**. 2 Ed. Brasília: Líber livro, 2009, p.11-53.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. 1. ed. São Paulo: Cortez, 1994

MERCADO, Luis Carlos Leopoldo. Org. **Novas Tecnologias na Educação: reflexões sobre a prática**. Maceió- AL. UDUFAL- 2002.

MACHADO, Mércia Freire Rocha Cordeiro. **O Uso dos Recursos Didático-Tecnológicos como potencializadores ao processo de Ensino e Aprendizagem**. Formação de professores: Contextos, sentidos e Práticas. Educere.

RECCHI, Ana Maria Spohr; MARTINS, Márcio Marques. **A produção de materiais didático-digitais como ferramenta auxiliadora no processo de ensino-aprendizagem na área de ciências da natureza**. - Revista de Extensão, Santa Maria v.3 - n.Ed. Especial XII EIE- Encontro sobre Investigação na Escola, 2016, p. 294– 300 Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas - UFSM.

\_\_\_\_\_. PETRIN, Natália. **Geometria Fractal**. Artigo. 2015. Disponível em:<<https://www.estudopratico.com.br/geometria-fractal-caracteristicas-categorias-e-historia/>> Acesso em: 10 de fevereiro de 2021.

## ANEXOS

### Anexo A – Pesquisa: Construção do Triângulo de Sierpinski.

## Pesquisa: Construção do Triângulo de Sierpinski

17 respostas

[Publicar análise](#)

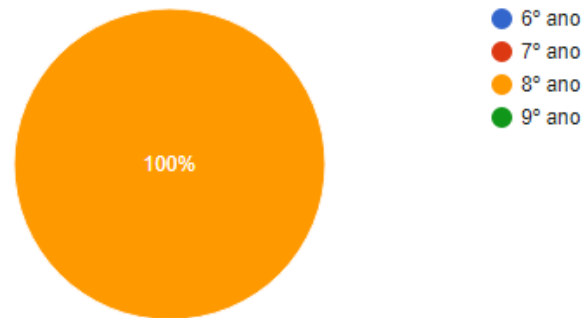
Qual seu nome?

17 respostas

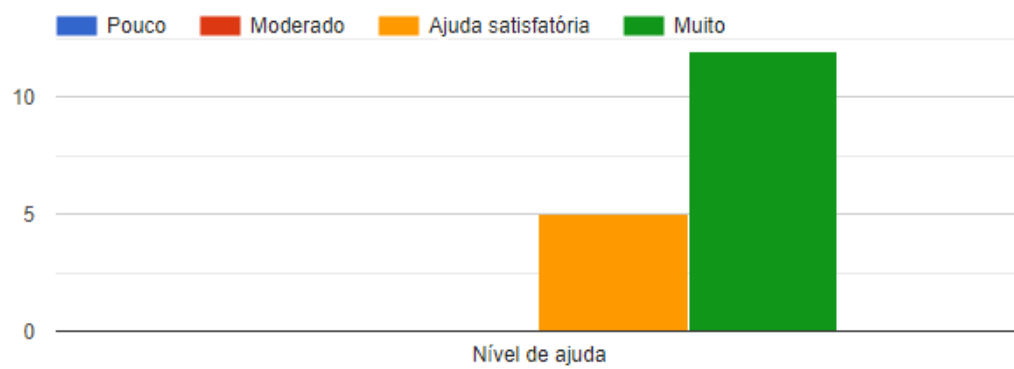
|         |
|---------|
| Junior  |
| Lucas   |
| Roberta |
| Eduardo |
| Camili  |
| Felipe  |
| Letícia |
| Emeliny |
| Bianca  |

Qual sua série?

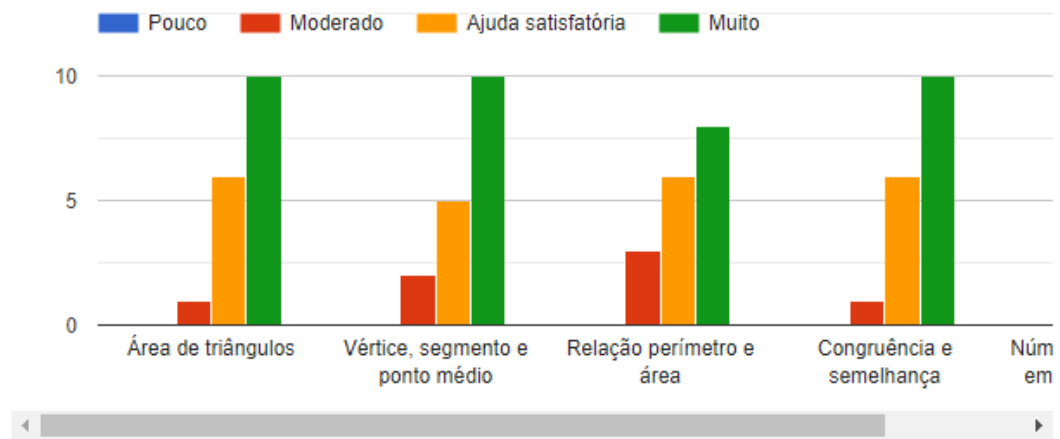
17 respostas



Quanto o software ajudou a construir o Triângulo de Sierpinski?



Quanto a construção ajudou a lembrar?



O que você melhoraria neste software?

3 respostas

Não melhoraria

nada

Está ótimo

Espaço para escrever o que quiser!

3 respostas

Gostei muito do seu trabalho prof.

Gosto muito dos fractais

S2